



Izvor materijala:

strukturirani tečaj i osposobljavanje pod nazivom " Digitalne kompetencije u obrazovanju - Digital Competences in Education " u organizaciji Learning Together, Porto, Portugal.

Autor: Mirjana Bagarić, nastavnica Osnovne škole Višnjevac, Višnjevac

## SCENARIJ UČENJA

**Tema:** Broj  $\pi$  – od mjerenja do beskonačnosti

**Predmet:** Matematika

**Razred:** 7. razred osnovne škole

**Trajanje:** 2 školska sata i samostalni rad učenika

**Digitalni alati:** Padlet, Gamma, Canva, Edpuzzle, YouTube, ChatGPT, Perplexity, Wikipedia

**Dodatak** ovom scenariju je prikaz svih aktivnosti s poveznicama i prezentacija u Padletu. Na kraju dokumenta je Padlet ploča u obliku pdf dokumenta. Aktivnosti u Padletu su na engleskom jeziku jer je ploča rezultat naučenog tijekom prethodno navedenog tečaja.

**Poveznica na Padlet:** [https://padlet.com/mirjana\\_bagaric001/lesson-plan-pi-number-k7d2gbb75g59xbpo](https://padlet.com/mirjana_bagaric001/lesson-plan-pi-number-k7d2gbb75g59xbpo)

### Odgojno-obrazovni ishodi

Nakon provedenih aktivnosti učenik:

- objašnjava značenje i svojstva broja  $\pi$ ,
- eksperimentalnim putem otkriva vezu između opsega i promjera kružnice,
- primjenjuje broj  $\pi$  pri računanju opsega kružnice i površine kruga,
- povezuje matematičke sadržaje s poviješću, fizikom, glazbom i statistikom,
- razvija vještine mjerenja, suradnje, istraživanja i kritičkog promišljanja,
- koristi digitalne izvore za samostalno učenje i proširivanje znanja.

### Aktivnosti prije učenja

Učenici aktiviraju prethodna znanja o kružnici, krugu, opsegu i promjeru kroz razgovor i problemska pitanja.

*Poticajna pitanja:*

- Gdje u svakodnevnom životu susrećemo kružne oblike?

*Ova publikacija izražava isključivo stajalište njenih autora i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.*

*This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.*

- Što već znamo o opsegu kružnice?
- Zašto se u formulama pojavljuje simbol  $\pi$ ?
- Može li se vrijednost broja  $\pi$  odrediti mjerenjem?

Učenici iznose pretpostavke koje će tijekom aktivnosti provjeravati istraživanjem.

### **Aktivnosti tijekom učenja**

#### ***Aktivnost 1. Uvodna motivacija – Što ćemo učiti?***

Učiteljica prikazuje simbol  $\pi$  te potiče razgovor o njegovoj primjeni u matematici. Učenici iznose svoja prethodna znanja i pretpostavke o značenju broja  $\pi$ .

Slijedi predstavljanje nastavne teme i odgojno-obrazovnih ishoda. Učenici saznaju da će istraživanjem i praktičnim radom samostalno otkriti važna svojstva broja  $\pi$  te njegovu primjenu u svakodnevnom životu i različitim znanstvenim područjima.

#### ***Aktivnost 2. Gdje pronalazimo broj $\pi$ ?***

Učiteljica predstavlja formule u kojima se pojavljuje broj  $\pi$  te objašnjava njegovu povezanost s kružnim i zakrivljenim oblicima. Kroz vođeni razgovor učenici uočavaju kako se broj  $\pi$  pojavljuje u formulama za:

- opseg kružnice,
- površinu kruga,
- duljinu kružnog luka,
- površinu kružnog isječka.

Aktivnost se nadopunjuje zanimljivostima i povijesnim činjenicama vezanima uz broj  $\pi$ .

#### ***Aktivnost 3. Povijesni razvoj broja $\pi$***

Učenici proučavaju prezentaciju i multimedijske sadržaje o povijesti broja  $\pi$ .

Istražuju:

- prve pokušaje određivanja vrijednosti broja  $\pi$ ,
- doprinos Arhimeda,
- rad Ludolpha van Ceulena,
- suvremene metode računanja velikog broja decimala.

Učenici izrađuju kratku vremensku crtu razvoja spoznaja o broju  $\pi$  te raspravljaju o važnosti matematičkih otkrića kroz povijest.

#### ***Aktivnost 4. Otkrijmo broj $\pi$ mjerenjem***

*Ova publikacija izražava isključivo stajalište njenih autora i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.*

*This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.*



Učenici rade u parovima. Koristeći različite kružne predmete (čaše, tanjure, poklopce, boce i slično), mjere opseg i promjer. Nakon mjerenja računaju broj pi kao količnik opsega i promjera.

$$\pi \approx \text{opseg} / \text{promjer}$$

Rezultate uspoređuju s drugim skupinama te zaključuju kako je dobiveni omjer uvijek približno jednak bez obzira na veličinu kružnice.

Na temelju prikupljenih podataka učenici samostalno dolaze do spoznaje da je broj  $\pi$  matematička konstanta približne vrijednosti 3,14.

#### **Aktivnost 5. Istraživanje velikog kruga**

Učenici na većem papiru crtaju kružnicu te pomoću konca određuju njezin opseg. Mjerenjem promjera i usporedbom s opsegom istražuju koliko se puta promjer može „smjestiti“ u opseg kružnice. Dobivene rezultate prikazuju crtežom i kratkim zapisom zaključaka.

#### **Aktivnost 6. Zanimljivosti o broju $\pi$**

Učenici istražuju dodatne sadržaje vezane uz broj  $\pi$ .

Sudjeluju u aktivnostima:

- pogađanje znamenki broja  $\pi$ ,
- Memory Pi igra,
- pronalaženje vlastitog datuma rođenja među decimalama broja  $\pi$ .

Na zabavan način razvijaju interes za matematiku i uočavaju beskonačnost decimalnog zapisa broja  $\pi$ .

#### **Aktivnost 7. Povezivanje matematike i fizike**

Učenici gledaju kratki videozapis koji prikazuje povezanost matematike i fizike.

Posebna se pozornost posvećuje:

- refleksiji svjetlosti,
- totalnoj refleksiji,
- Arhimedovoj metodi aproksimacije broja  $\pi$  pomoću pravilnih mnogokuta.

Učenici raspravljaju o važnosti matematike kao jezika prirodnih znanosti.

#### **Aktivnost 8. Broj $\pi$ i glazba**

Učenici slušaju glazbenu interpretaciju znamenki broja  $\pi$ . Razgovaraju o mogućnostima pretvaranja matematičkih podataka u glazbene obrasce te zaključuju kako matematika može biti povezana s umjetnošću i kreativnim izražavanjem.

#### **Aktivnost 9. Završna aktivnost**

*Ova publikacija izražava isključivo stajalište njenih autora i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.*

*This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.*

Učenici rješavaju interaktivni Edpuzzle kviz kojim provjeravaju:

- razumijevanje značenja broja  $\pi$ ,
- način njegova određivanja,
- primjenu u matematičkim formulama.

Nakon kviza slijedi kratka refleksija o naučenome.

### **Aktivnosti nakon učenja**

#### *Statističko istraživanje*

Učenici analiziraju prvih 1000 znamenki broja  $\pi$  te određuju učestalost pojedinih znamenki. Na temelju dobivenih rezultata izrađuju tablicu i donose zaključke o raspodjeli znamenki u decimalnom zapisu broja  $\pi$ .

#### *Primjena znanja*

Učenici rješavaju zadatke vezane uz: opseg kružnice, površinu kruga, primjenu broja  $\pi$  u svakodnevnim situacijama.

#### *Samostalno istraživanje*

Učenici odabiru jedan od ponuđenih videozapisa ili podcast te izdvajaju nove zanimljivosti o broju  $\pi$ .

#### *Refleksija*

Učenici procjenjuju:

- što su novo naučili,
- koja ih je aktivnost najviše zainteresirala,
- na koji su način samostalno došli do spoznaje o broju  $\pi$ ,
- gdje mogu primijeniti naučeno znanje.

### **Vrednovanje**

#### *Vrednovanje za učenje*

- promatranje rada učenika,
- usmjeravajuća pitanja,
- rasprava i argumentiranje zaključaka.

#### *Vrednovanje kao učenje*

- samoprocjena uspješnosti mjerenja,
- usporedba rezultata s drugim skupinama,

*Ova publikacija izražava isključivo stajalište njenih autora i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.*

*This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.*



- refleksija o procesu učenja.

#### *Vrednovanje naučenoga*

- Edpuzzle kviz,
- radni listovi,
- domaća zadaća,
- prezentacija rezultata istraživanja.

#### **Inovativni elementi scenarija učenja**

Scenarij učenja temelji se na suvremenim pristupima poučavanju matematike koji učenika stavljaju u središte procesa učenja.

Istraživačko učenje: Učenici ne dobivaju gotovu definiciju broja  $\pi$ , nego do spoznaje o njegovoj vrijednosti dolaze samostalnim mjerenjem, opažanjem i zaključivanjem.

STEM pristup: Aktivnosti povezuju matematiku, fiziku, tehnologiju i digitalne alate te potiču primjenu znanja u različitim kontekstima.

Međupredmetno povezivanje: Scenarij povezuje matematiku s: povijesti, fizikom, informatikom, glazbenom kulturom, statistikom.

Suradničko učenje : Učenici rade u parovima i skupinama, razmjenjuju ideje, uspoređuju rezultate i zajednički donose zaključke.

Učenje temeljeno na iskustvu: Praktičnim mjerenjem učenici povezuju matematičke koncepte sa stvarnim predmetima iz svoje okoline.

Digitalne kompetencije : Korištenjem različitih digitalnih alata učenici razvijaju vještine pretraživanja, analize i vrednovanja informacija.

Gamifikacija : Elementi igre i izazova povećavaju motivaciju te doprinose pozitivnom stavu prema matematici.

Samostalno učenje i refleksija: Učenici preuzimaju aktivnu ulogu u vlastitom učenju, istražuju dodatne sadržaje i procjenjuju vlastiti napredak.

#### **Zaključak**

Scenarij učenja „Broj  $\pi$  – od mjerenja do beskonačnosti“ temelji se na istraživačkom, iskustvenom i interdisciplinarnom pristupu učenju. Kroz praktičan rad, suradničko učenje, digitalne sadržaje i samostalna istraživanja učenici aktivno konstruiraju razumijevanje broja  $\pi$  te razvijaju matematičke, digitalne, komunikacijske i socijalne kompetencije. Takav pristup pridonosi većoj motivaciji učenika, dubljem razumijevanju matematičkih sadržaja i razvoju kompetencija potrebnih za cjeloživotno učenje.

*Ova publikacija izražava isključivo stajalište njenih autora i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.*

*This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.*



Co-funded by  
the European Union



*Osnovna škola Višnjevac*

*Ova publikacija izražava isključivo stajalište njenih autora i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.*  
*This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.*



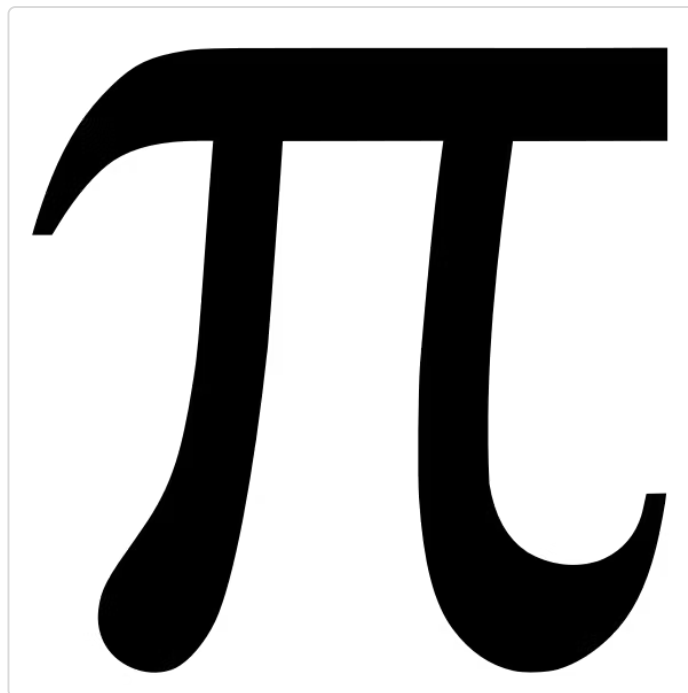
## Lesson plan: PI number

Understanding and applying the number  $\pi$  in mathematics

### Outcomes

#### ↻ What we will learn?

Students will understand what the number  $\pi$  (pi) is and how it is used in mathematics, especially in calculating the circumference and area of a circle.



### 1st activity

#### ↻ Where can we find PI number?

The teacher introduces the connection between the number PI and the formulas in which it is used. Then she cites some historical facts about the number PI and some interesting facts. The number pi appears in several formulas. It appears in every formula that calculates something for a body that has a curved part or surface.

$$o = 2r\pi$$

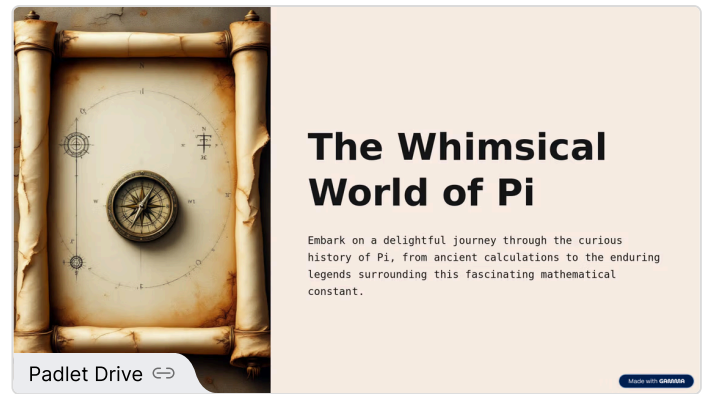
$$l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$$

$$A = r^2\pi$$

$$A_{segment} = \frac{r^2\pi\alpha}{360^\circ}$$

↪ **At first...history**

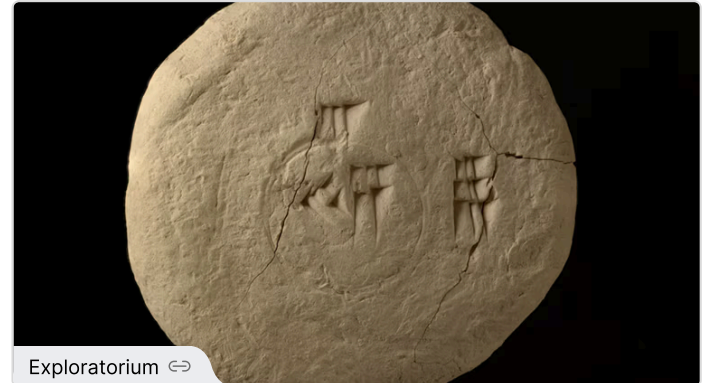
(Presentation is made by Gamma)  
The Whimsical World of PI.  
This presentation shows some facts related to number pi.



The-Whimsical-World-of-Pi

↪ **2nd option...history**

Students will recognize the historical importance of the number  $\pi$  and learn who throughout history has tried to calculate the number  $\pi$  and how.



A Brief History of Pi ( $\pi$ ) | Exploratorium

↪ **What Wikipedia says about PI number?**

Explore what Wikipedia has to say about mathematicians in history who worked to calculate the number  $\pi$  (eg Archimedes, Ludolph van Ceulen)!

Inc

Pi - Wikipedia

**2nd activity**

## ↩ Work in pair

### Activity 1: Measure and Calculate $\pi$ !

#### Activity Description:

In this activity, students find various circular objects (plates, bottle caps, glasses, etc.) and carefully measure their circumference and diameter.

They then calculate the ratio of the circumference to the diameter ( $C : D$ ) for each object and compare the results. The goal is to discover that the ratio is always approximately the same and close to the number  $\pi$  (3.14).

**Measure the Magic of Circles**  
**Objective:** Discover the special number hidden in every circle –  $\pi$ !  
**Instructions:**  
Find circular object and try as precisely as you can measure the circumference and the diameter!  
Divide circumference = diameter for each object.  
Write down your results in a table. You can measure different circular object.

circumference - o opseg circunferencia	diameter - d diametro dijametar II promjer	Divide circumference and diameter

What do you notice about the ratios? What number appears every time?

Padlet Drive ↔

## Measure the Magic of Circles

## ↩ Hands-On Circle Lab

### Activity 2: Is the Ratio the Same Regardless of the Circle's Diameter?

#### Activity Description:

In this activity, students draw a large circle on a poster or a big sheet of paper.

Using a piece of string, they measure the circumference by wrapping it around the edge of the circle, and they measure the diameter with a ruler.

Then, they investigate how many times the diameter "fits" into the circumference.

Finally, they write down their result and draw what they discovered.

The goal is to approximate the value of  $\pi$  – around 3.14.

**Hands-On Circle Lab**  
**Objective:** See  $\pi$  in action with your own hands!  
**Instructions:**  
Draw a large circle on a poster or big sheet of paper.  
Use string to measure the circumference by wrapping the string around the edge.  
Measure the diameter with a ruler.  
How many times does the diameter fit into the circumference?  
Write your answer and draw what you discovered.  
What is the approximate number you get?

Padlet Drive ↔

## Hands

## Interesting things

↪ **1st game**

Guess as many decimal places of PI as possible



Pi Quiz, Memorize Pi [Easy And Fun Memory Game] | Pi Day

↪ **Conecting maths & physisc**

This short video demonstrates the connection between physics and mathematics.

Light reflects depending on the angle of incidence – the greater the angle, the more times light reflects inside a circular body, like in a diamond.

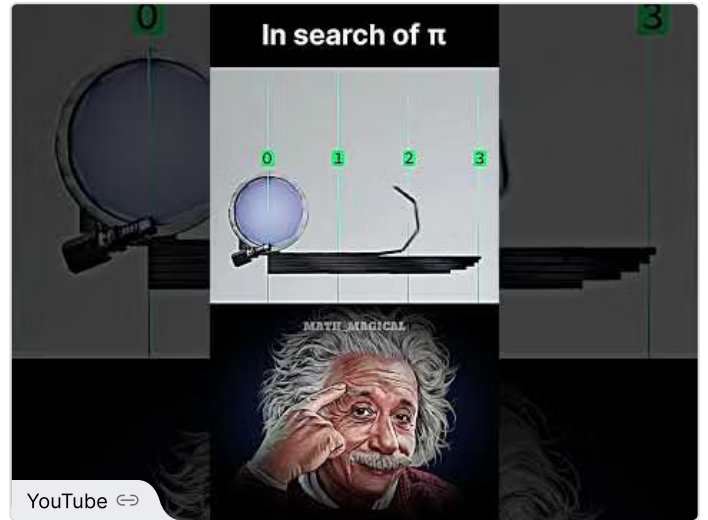
This is an example of total internal reflection.

The video also shows how the circumference of a circle was historically approximated – by drawing regular polygons inside the circle.

The more sides the polygon has, the closer its perimeter is to the circle's circumference.

The diameter remains the same.

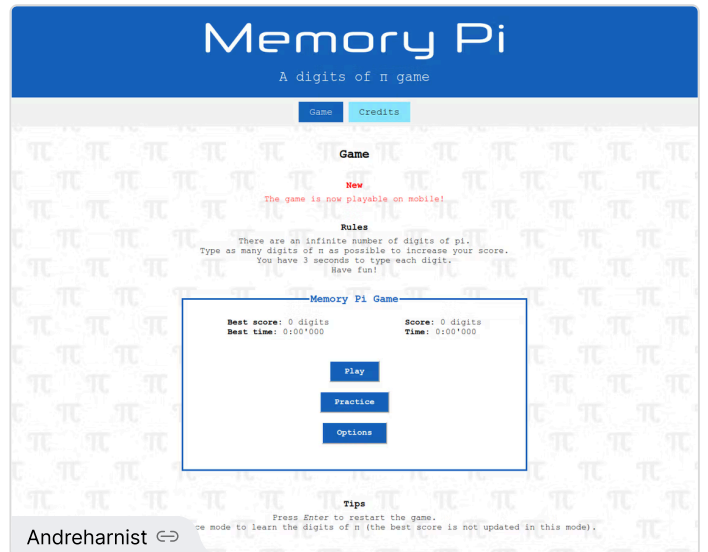
Archimedes used a similar method to approximate  $\pi$  – using polygons both inside and outside the circle to find upper and lower bounds.



How to find Pi in the old times #maths #shorts

↪ **2nd game**

memory PI



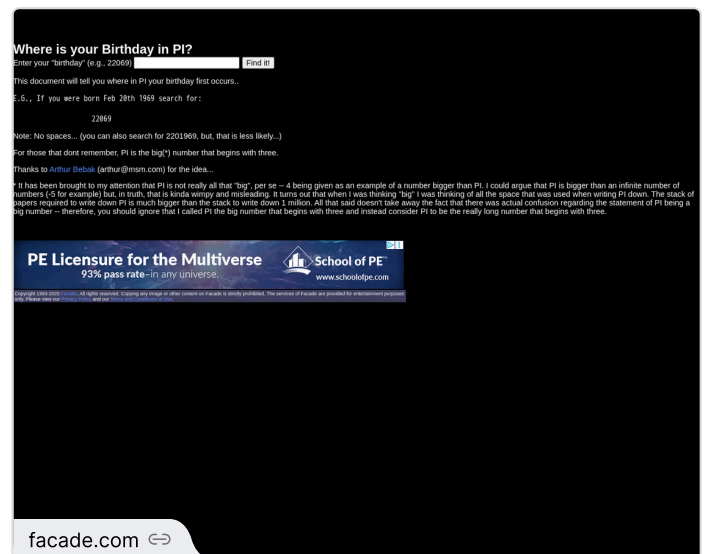
Memory Pi

- ⇒ **Conecting PI number and music...**  
If you know how... try for yourselves!



Song from  $\pi$ !

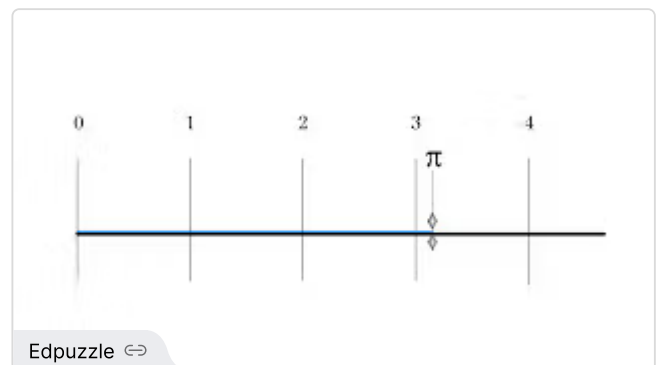
- ⇒ **Where is your Birthday in PI?**  
At this link, students can type in their date of birth and they will be given where that sequence of digits falls among the decimals of pi.



Am I in Pi?

## Conclusion

- ⇒ **Quizz**  
Students will watch a short video with two questions and one task.



The Best Explanation of Pi

## Homework

## ↩ Do some statistic!

(Document is made in Canva)

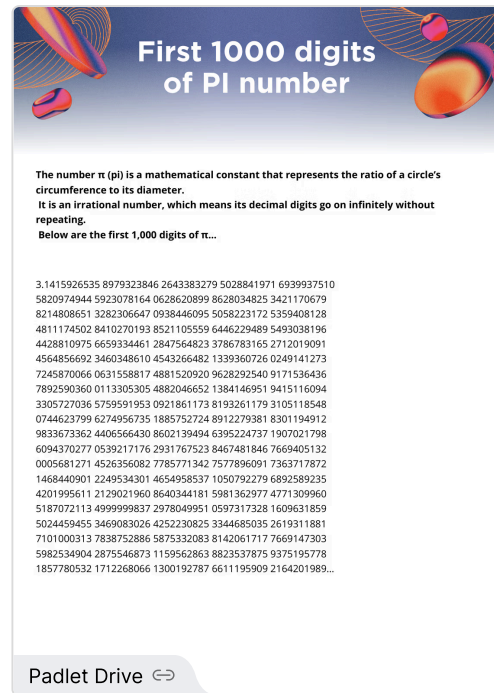
For homework, students will determine the frequency of individual digits (decimals).

They need to count how often each digit appears among the first 1,000 decimal places.

Statistics show that each digit appears approximately the same number of times.

For example, among the first 100 decimal places, each digit from 0 to 9 appears about 10 times.

The same pattern continues for the first 1,000, 1,000,000 decimal places... the frequency of each digit is always approximately equal.



**First 1000 digits of PI number**

The number  $\pi$  (pi) is a mathematical constant that represents the ratio of a circle's circumference to its diameter. It is an irrational number, which means its decimal digits go on infinitely without repeating.

Below are the first 1,000 digits of  $\pi$ ...

3.1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510  
5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679  
8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128  
4811174502 8410270193 8521105559 646229489 5493038196  
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091  
4564856692 3460348610 4543266482 1339360726 0249141273  
7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436  
7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094  
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548  
0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912  
9833673362 4406566430 8602139494 6395224737 1907021798  
6094370277 0539217176 2931767523 8467481846 7669405132  
0005681271 4526356082 7785771342 7577896091 7363717872  
1468440901 2249534301 4654958537 1050792279 6892589235  
4201995611 2129021960 8640344181 5981362977 4771309960  
5187072113 4999999837 2978049951 0597317328 1609631859  
5024459455 3469083026 4252230825 3344685035 2619311881  
7101000313 7838752886 5875332083 8142061717 7669147303  
5982534904 2875546873 1159562863 8823537875 9375195778  
1857780532 1712268066 1300192787 6611195909 2164201989...

Padlet Drive ↔

## Prvih 1000 znamenki broja $\pi$

## ↩ Calculate!

The students are doing homework assignments. They are calculating the circumference or the area of a circle.

**RADNI LIST: OPSEG I PLOVRSINA KRUGA (Cro version)**

- Izračunaj opseg kružnice (koristi  $n = 3,14$ ).
  - Promjer kruga je 12 cm.
  - Polumjer kruga je 7 cm.
- Izračunaj promjer ili polumjer kruga (koristi  $n = 3,14$ ).
  - Opseg kruga je 31,4 cm. Koliki je promjer?
  - Opseg kruga je 62,8 cm. Koliki je polumjer?
- Izračunaj površinu kruga (koristi  $n = 3,14$ ).
  - Polumjer kruga je 5 cm.
  - Promjer kruga je 10 cm.
- Izračunaj polumjer ili promjer kruga (koristi  $n = 3,14$ ).
  - Površina kruga je 78,5 cm<sup>2</sup>. Koliki je polumjer?
  - Površina kruga je 201 cm<sup>2</sup>. Koliki je promjer?

---

**WORKSHEET: CIRCUMFERENCE AND AREA OF A CIRCLE (ENG version)**

- Calculate the circumference of the circle (use  $n = 3.14$ ).
  - The diameter of the circle is 12 cm.
  - The radius of the circle is 7 cm.
- Calculate the diameter or radius of the circle (use  $n = 3.14$ ).
  - The circumference is 31.4 cm. What is the diameter?
  - The circumference is 62.8 cm. What is the radius?
- Calculate the area of the circle (use  $n = 3.14$ ).
  - The radius is 5 cm.
  - The diameter is 10 cm.
- Calculate the radius or diameter of the circle (use  $n = 3.14$ ).
  - The area is 78.5 cm<sup>2</sup>. What is the radius?
  - The area is 201 cm<sup>2</sup>. What is the diameter?

Padlet Drive ↔

## RADNI LIST \_WORKSHEETS

## Self-learning

↪ **1st video...long one**

This video is 18 minutes long and explains in detail how to calculate the number pi and something else... This is just one option, it can be used by the student for self-learning.

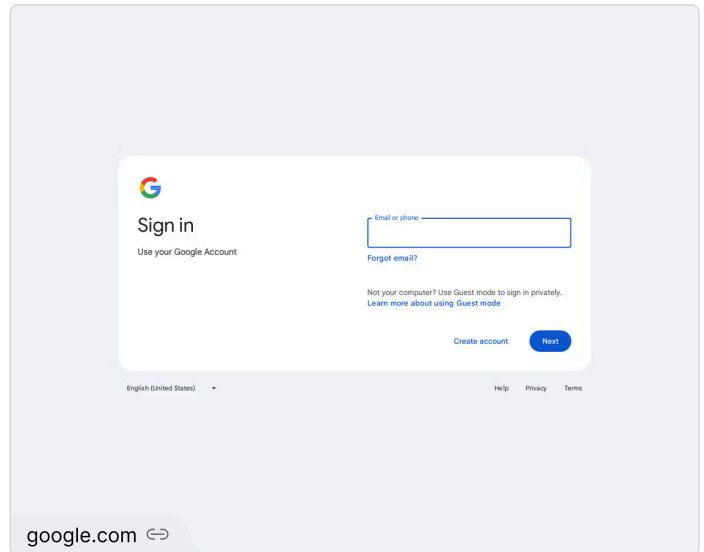


The Discovery That Transformed Pi

**Podcast**

↪ **Exploring Pi: A Bilingual Math Workshop**

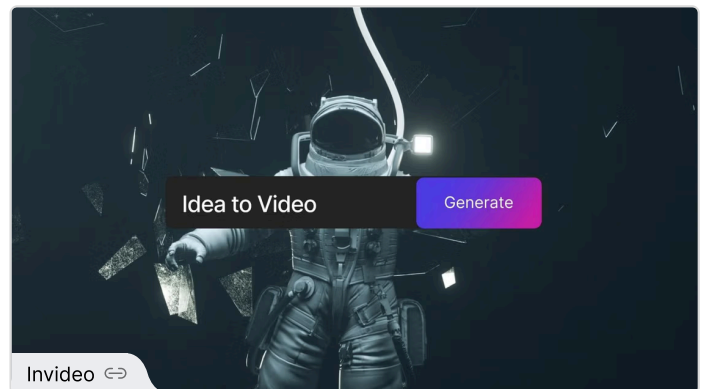
A story about a math class held for Croatian and Spanish students. The topic of the class is the number pi: how it is calculated, applications, and interesting facts...



Sign in

↪ **Just listen...**

Discover the captivating journey of Pi, the mathematical constant that has intrigued scholars for centuries. In just 60 seconds, explore Pi's origins from ancient civilizations to its pivotal role in modern mathematics, science, and technology. This video uses compelling stock footage and expert narration to reveal how Pi influences everything from geometry to engineering and cosmology. Perfect for math enthusiasts and curious minds alike, learn why Pi remains a symbol of infinite mystery and scientific breakthrough. Like and share this quick dive into the history and impact of Pi to inspire others with the beauty of mathematics!



Turn ideas into videos | AI video creator | invideo AI

**Apps used to create this lesson plan**

↪ **invideo**

↩ **gamma**

---

↩ **padlet**

---

↩ **chatgpt..perplexity**

---

↩ **edpuzzle**

---

↩ **canva**

---

↩ **Notebook**

